



Étude de la répartition des vitesses interstitielles au sein d'un lit perméable sous un écoulement à surface libre

**Mustapha Kamel MIHOUBI¹, Michel BELORGEY², Daniel LEVACHER²,
Ahmed KETTAB³**

¹ Ecole Nationale Supérieure de l'Hydraulique (ENSH), BP 31 Blida (09000), Algérie.

mihkam@yahoo.fr

² Université de Caen, Faculté des sciences UMR 6143 CNRS-M2C, 24 rue des Tilleuls, 14000 Caen, France.

michel.belorgey@unicaen.fr ; daniel.levacher@unicaen.fr

³ Laboratoire de Recherche Sciences de l'Eau (LRS), Ecole Nationale Polytechnique (ENP), 10 avenue Hassen Badi El Harrach, Alger 16200, Algérie.

kettab@yahoo.fr

Résumé:

Les processus physiques associés au transport sédimentaire n'ont été abordés jusqu'à maintenant qu'à partir d'analyses du champ de vitesses au sein d'une veine fluide. La plupart des modèles ont été établis pour des écoulements sur des fonds imperméables. L'objectif de cette étude a été d'exploiter la technique ultrasonore VDU pour l'analyse du champ de vitesses au sein d'un écoulement permanent sur un fond sédimentaire poreux. Les vitesses sont mesurées pour différents lits sédimentaires, et ce, dans la veine fluide et au sein du sédiment. Les résultats acquis mettent en évidence :

- une répartition exponentielle des vitesses à l'intérieur du sédiment,
- une discontinuité de vitesse à l'interface eau-sédiment, entre la vitesse dans l'écoulement libre et la vitesse au sein du sédiment.

Ces résultats suggèrent la nécessité d'une nouvelle approche d'analyse du transport sédimentaire qui doit tenir compte de la réalité des processus physiques qui régissent la phase d'interface eau/sédiment.

Soumis le 4 février 2008, accepté le 9 juin 2008, en ligne le 16 juin 2008.

La seule version examinée est celle écrite en français. La ou les autres versions n'étant pas examinées par le comité de rédaction de la revue, sont donc publiées sous l'entière responsabilité du ou des auteurs.

Pour citer cet article :

MIHOUBI M.K., BELORGEY M., LEVACHER D., KETTAB A. (2008). Étude de la répartition des vitesses interstitielles au sein d'un lit perméable sous un écoulement à surface libre. *Revue Paralia*, n° 1, pp 1.1–1.14.

DOI: 10.5150/revue-paralia.2008.001

(disponible en ligne – <http://www.paralia.fr>)

1. Introduction

Le phénomène de transport sédimentaire est très complexe et les processus physiques qui lui sont associés sont encore mal connus.

En effet, faute d'une instrumentation appropriée, la modélisation de ce phénomène est encore basée sur deux types d'études indépendantes mais exploitées comme complémentaires, à savoir :

- L'analyse du champ des vitesses dans l'écoulement libre.
- La mesure des vitesses interstitielles au sein de l'écoulement en milieu poreux uniforme à gradient hydraulique constant.

La grande majorité des études qui ont conduit à la modélisation du champ des vitesses dans l'écoulement libre ont été réalisées pour un fond imperméable avec l'hypothèse de vitesse nulle au fond du lit. La contrainte de frottement à la paroi, indispensable à la modélisation du transport sédimentaire, étant déterminée soit à l'aide du gradient de vitesse à la paroi, soit à l'aide de la loi logarithmique de Prandtl et Von-Karman (GRAF & ALTINAKAR, 1995). Les études dans ce domaine sont d'ailleurs très nombreuses.

Les études concernant la mesure des vitesses interstitielles au sein d'un milieu poreux, à gradient hydraulique constant, ont pour référence les travaux de Darcy basés sur une formulation linéaire et ceux de Forchheimer qui a présenté une relation non linéaire dans le cas de vitesses plus importantes. Par exemple, pour les sables grossiers et les graviers, la relation s'écrit :

$$i = a_o * u + b_o * u^2 \quad (1)$$

où :

i = gradient hydraulique moyen

a_o et b_o sont des coefficients qui caractérisent la structure du milieu poreux, ils dépendent de la porosité et de la tortuosité.

Dans ce contexte, il convient de citer les travaux de WARD (1964), AHMED et SUNADA (1969) qui proposent des modèles basés sur le nombre Reynolds des pores. Plus récemment, WAHYUDI *et al.* (2002) ont déterminé les coefficients du polynôme d'ordre 2 issu de loi de Forchheimer, équation (1), pour des sables homogènes de porosité " n " variant entre 0,32 et 0,38. De même on peut citer les travaux de MONTILLET (1995) qui exprime le gradient hydraulique à partir de la vitesse d'écoulement dans les pores, en tenant compte de la porosité et de la tortuosité du milieu poreux.

En fonction de la taille des pores dans le milieu, on peut dire qu'il existe deux domaines de porosité, une porosité capillaire pour un diamètre des pores inférieur à 2 mm et une porosité effective pour un milieu à macroporosité de diamètre supérieur à 2 mm (COMITI & RENAUD, 1989). Par ailleurs, WAHYUDI (1998),

donne une classification aux écoulements en milieu poreux en fonction du diamètre des particules et de la vitesse d'infiltration.

Les études relatives aux problèmes d'interface entre milieu poreux et veine fluide sous écoulement à surface libre sont très restreintes. Les premiers fondements ont été donnés par SHIMIZU *et al.* (1990) (*in* KLAR, 2005) qui a présenté une formulation de type exponentielle pour un écoulement en milieu très perméable, en considérant que la vitesse est fonction de la vitesse d'infiltration et de glissement issue du changement d'interface.

Or, ces études ne correspondent pas à la réalité du processus physique lié au champ des vitesses généré par un écoulement à surface libre, au sein d'un fond sédimentaire, et ceci pour les raisons suivantes :

- Du fait de l'existence d'une vitesse interstitielle à l'interface eau-sédiment, la vitesse du fluide dans l'écoulement libre n'est pas nulle à la paroi.
- La répartition des vitesses au sein du sédiment n'est pas uniforme et il existe un gradient de vitesse en fonction de la profondeur.

Afin de mieux comprendre les processus physiques associés à ce phénomène, nous avons adapté la technique de vélocimétrie Doppler ultrasonore (VDU) à la mesure instantanée des vitesses interstitielles locales au sein d'un milieu poreux. Cette technique de mesure relativement récente, a connu un grand succès dans l'étude des écoulements opaques et chargés où d'autres méthodes, telles que la vélocimétrie laser, étaient inopérantes (LHERMITTE, 1983 ; WILLEMETZ, 1990). Elle a été déjà exploitée au laboratoire dans le cas d'écoulements à variation de température (MICHAUX-LEBLOND *et al.*, 1996). Les travaux de CARPENTIER (2006), relatifs aux mesures des vitesses au sein du soubassement d'une digue soumise à l'action de la houle, qui de plus a validé la méthode par des tests expérimentaux de type Darcy dans le cas de mousses alvéolaires et à bulles. Les résultats présentés ici correspondent au cas d'un écoulement à surface libre sur un fond sédimentaire reconstitué. Les mesures de vitesse de l'écoulement interstitiel ont permis de préciser le profil de vitesse de l'écoulement intéressant la partie fluide mais aussi la partie poreuse du lit.

2. Technique de mesures par VDU

Le dispositif de mesures utilisé (vélocimètre Doppler ultrasonore, fonctionnant en mode pulsé : DOP 1000 (modèle 1032), permet grâce à l'utilisation de l'effet Doppler sur des ondes ultrasonore pulsées, de déterminer directement la vitesse interstitielle au niveau des pores du sol considéré.

Le principe est l'envoi d'une onde ultrasonore de fréquence connue f_0 , qui à la rencontre d'une particule en mouvement dans le fluide renvoie une onde de

fréquence décalée f_r par effet Doppler. Ceci permet grâce à la différence de fréquence enregistrée $f_D = f_0 - f_r$, de déterminer la mesure de la vitesse de la particule dans l'écoulement en ce point :

$$u = \frac{c \cdot f_D}{2 f_0 \cdot \cos \theta} \quad (2)$$

c = vitesse du son dans l'eau, valeur validée pour les mousses alvéolaires et à bulles conservées pour les billes de verre et le sable

θ = angle du faisceau ultrasonore avec l'axe de l'écoulement

Si on ajoute à cette mesure de fréquence, la détermination du temps de parcours du train d'ondes en aller-retour on accède à la position de la particule. Ainsi, en mode pulsé, on peut accéder à la résolution "spatio-temporelle" souhaitée, c'est-à-dire l'établissement du profil de vitesse sur une profondeur d'exploration adaptée le long du faisceau ultrasonore. Cependant, dans cette étude, nous nous sommes limités à une position définie (porte) au centre de la veine fluide.

3. Dispositif expérimental et technique de traitement des mesures

3.1 Canal à flux continu

Le dispositif est constitué d'un canal d'une longueur totale de 3,5 m et de section rectangulaire de (0,10 m x 0,25 m), permettant d'effectuer des mesures de calibration de vitesse par le vélocimètre Doppler ultrasonore (figure 1).

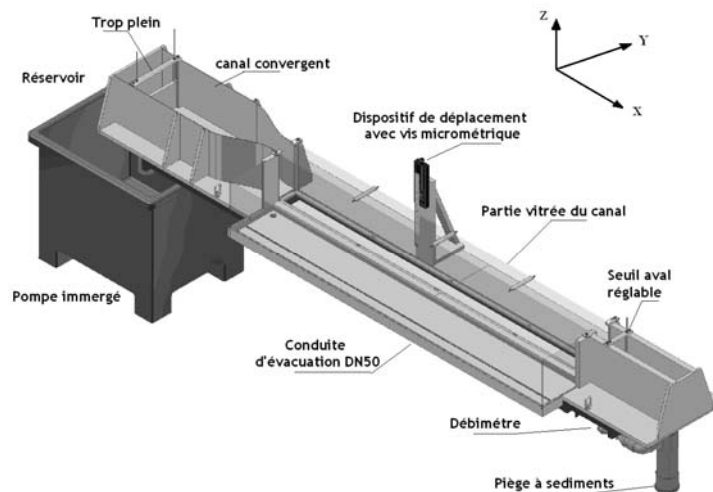


Figure 1. Description du canal à écoulement permanent à surface libre.

Les parois et le fond du canal sont vitrés d'une épaisseur de 10 mm, permettant ainsi de faire des observations et des mesures optiques. Le canal est alimenté par un réservoir à charge constante en matériau PVC de section carrée de côté 0,30 m

et 0,25 m de hauteur. L'arrivée d'eau se fait par un système de crépine, l'eau est tranquillisée par des plaques de mousse d'environ 5 cm d'épaisseur. Dans le canal, le débit est contrôlé par un seuil réglable, le trop-plein d'eau est évacué vers le réservoir d'alimentation du canal. L'alimentation du canal est assurée par un circuit fermé au moyen d'une pompe de débit maximal égal à $(5,0 \pm 0,01)$ l/s. Pour une meilleure linéarisation de l'écoulement et afin de réduire les effets de turbulence, deux cages en nid d'abeilles ont été installées avant la sortie du convergent.

3.2 Principe de mesure de vitesse

La sonde est un transducteur piézoélectrique de fréquence d'émission 4 MHz, et de diamètre 12 mm. Elle est placée sur un système de déplacement de 24,0 mm de largeur, 400 mm de longueur et 2,7 mm d'épaisseur. L'axe du faisceau ultrasonore est horizontal et fait un angle de 28° avec l'axe du canal. Le déplacement vertical de la sonde est assuré au moyen d'une vis différentielle micrométrique, ce qui permet d'obtenir des micro-déplacements et un maximum de points de mesures dans le lit sédimentaire et à l'interface fluide-sédiment. Le déplacement minimal assuré par le dispositif de la sonde est de 0,5 mm. Compte tenu des dimensions du faisceau ultrasonore, les mesures sont traitées par un modèle de filtration statistique. L'ensemble, transducteur et support de déplacement sont protégés par une plaque de faible courbure (figure 2), formant une colonne à sonde. Dans ce système préconisé nous avons tenu compte de la réfraction entre les milieux : eau-PVC, PVC-eau.

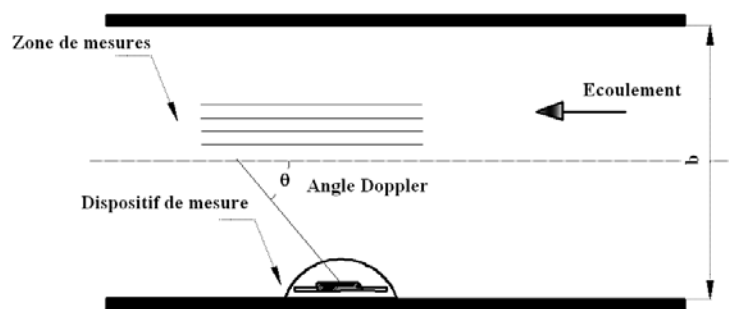


Figure 2. Vue en plan du système de mesures dans le canal.

Nous avons matérialisé le lit sédimentaire par des matériaux de porosité et de structure différentes : mousses alvéolaires et à bulles, billes de verre et du sable. L'épaisseur du lit poreux varie entre 35 mm et 75 mm.

La plaque de protection du dispositif de déplacement est circulaire de diamètre 49,0 mm et d'épaisseur 2,0 mm et l'empattement dans le canal est égal à 8,0 mm.

3.3 Traitement des mesures

Le faisceau ultrasonore délivré par la sonde est sensiblement cylindrique (légèrement conique après une certaine distance). Dans notre cas, il était placé dans un plan horizontal perpendiculaire au plan médian de l'écoulement. Les particules soumises à ce faisceau émettent en réponse un écho lui aussi capté par la sonde. Cet écho qui dépend de l'angle entre le faisceau ultrasonore et la direction de l'écoulement possède deux caractéristiques principales :

- Sa fréquence qui permet d'accéder à la vitesse des particules (effet Doppler).
- Son intensité qui dépend de la taille des particules.

Le traitement du signal émis par les particules est alors abordé de deux manières différentes et bien distinctes :

- Celle liée à la taille des particules.
- Celle liée à la dimension du faisceau ultrasonore.

Dans cette étude de la vitesse interstitielle au sein des sédiments, nous avons deux tailles bien distinctes de particules :

- Les particules sédimentaires très grosses.
- Les particules (très petites) en suspension qui circulent entre les pores.

De ce fait :

- En supprimant dans le signal reçu, les échos de grande intensité, nous éliminons les échos issus des grosses particules sédimentaires dont la vitesse par ailleurs est nulle (sauf à l'interface eau-sédiment où il peut exister un transport sédimentaire, mais ceci fera l'objet d'une prochaine étude spécifique). Nous ne conservons ainsi que les échos issus des particules en suspension dans le fluide (avec l'hypothèse classique qu'elles ont la même vitesse que celui-ci).

- Par ailleurs, au sein du faisceau ultrasonore, le volume de mesure est un cylindre dont le diamètre est celui du faisceau (8 mm) et la longueur (0,74 mm) la profondeur de la "porte" (distance à laquelle sont effectuées les mesures). Les mesures enregistrées sont donc celles qui sont associées aux particules qui traversent ce volume de mesure. Or, compte tenu de la nature du champ des vitesses et de la section du volume de mesure (disque circulaire, ou légèrement elliptique), les particules les plus rapides ou les plus lentes traversent les secteurs circulaires supérieur ou inférieur, qui sont de section faible. Ces particules sont donc peu nombreuses dans leur catégorie.

Une étude statistique des valeurs enregistrées confirme cette interprétation. Et la forme Gaussienne des résultats nous permet :

- D'éliminer les valeurs peu nombreuses trop grandes ou trop faibles.
- De conserver une valeur moyenne des vitesses les plus probables comme étant la mesure des vitesses au niveau de l'axe du faisceau ultrasonore.

Étude de la répartition des vitesses interstitielles au sein d'un lit perméable sous un écoulement à surface libre : 1.7

La figure 3 traduit de façon explicite la distribution des valeurs mesurées suivant la loi normale. Dans le milieu poreux, les vitesses ont été déterminées pour des intervalles de probabilité variant de 70 à 75% par rapport à la valeur de la vitesse moyenne et l'écart type d'un volume de mesures. L'erreur absolue estimée sur la détermination de la vitesse est égale à $\pm 0,2$ mm/s.

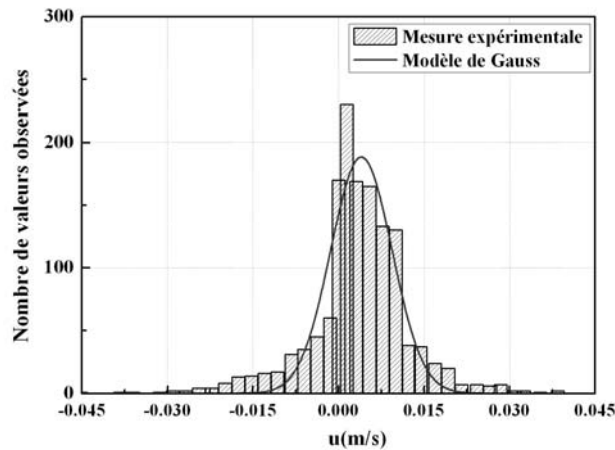


Figure 3. Distribution des vitesses comparée au modèle de Gauss pour un volume de mesures dans un lit en mousse alvéolaire ($Q_f = 0,31$ l/s, $z = -3,0$ cm).

3.4 Validation des mesures

Afin de comparer et valider les mesures obtenues par VDU, des mesures par vélocimétrie Doppler laser (VDL) ont été effectuées dans le cas d'un écoulement sur un lit imperméable à fond lisse. La figure 4, illustre bien les profils déterminés par les deux techniques.

A partir de l'ensemble des essais de mesures réalisés et validés par VDU suivant une porte fixe on peut donner en premier lieu une représentation de la vitesse instantanée d'un écoulement à surface libre sur un lit poreux en mousse alvéolaire pour trois positions verticales différentes de la sonde : au sein du lit, près de l'interface lit/fluide et dans la veine fluide (figure 5). Cette représentation illustre bien les gammes des vitesses suivant la hauteur z ainsi que les effets de la turbulence générés en présence d'un écoulement hydrauliquement rugueux sur un lit perméable.

Le tableau 1 représente les caractéristiques physiques de l'étude et les paramètres de l'écoulement dans la veine fluide seule. En effet, le débit total est la somme des débits, dans la veine fluide et dans le sédiment, or ceux-ci sont difficilement quantifiables individuellement. De ce fait, nous avons privilégié les paramètres associés à la veine fluide seule pour caractériser l'écoulement et qui exploités par les hydrauliciens dans les études *in situ*.

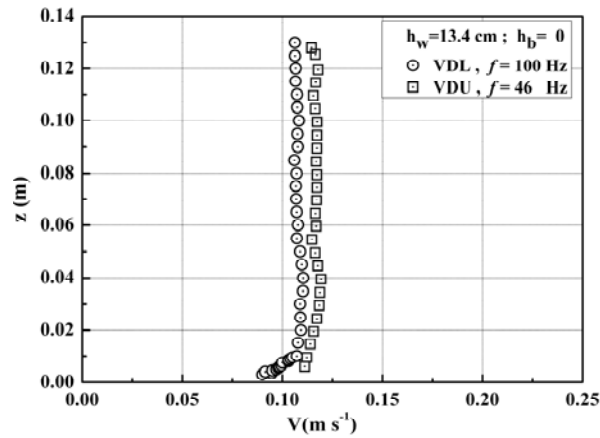


Figure 4. Profils comparatifs des vitesses obtenues par les mesures de VDL et VDU pour $Q_f=1,47$ l/s.

Tableau 1. Caractéristiques des essais pour différents lits poreux.

Nature du lit	h	$\frac{h_w}{h_b}$	u	Re_p	V	R_h	Q_f	Re	Fr
	(cm)	---	(cm/s)	---	(cm/s)	(cm)	(l/s)	$\times 10^3$	---
Mousse alvéolaire	8.00	0.23	0.061	52.52	7.30	1.15	0.11	0.84	0.19
	11.70	0.80	0.103	86.11	5.90	2.55	0.31	1.41	0.08
	12.50	0.92	0.124	106.8	22.80	2.73	1.37	5.84	0.30
	12.75	0.96	0.384	330.3	31.60	2.78	1.98	8.25	0.40
Mousse à bulles	10.90	0.45	0.020	4.95	7.10	2.02	0.24	1.35	0.12
	11.50	0.53	0.076	12.43	14.60	2.22	0.58	3.04	0.23
	12.90	0.72	0.170	19.90	27.60	2.60	1.50	6.74	0.38
Billes	11.00	2.67	0.340	14.95	5.94	3.08	0.47	1.72	0.07
	11.40	2.80	0.670	8.96	11.55	3.13	0.97	3.39	0.13
	15.40	4.13	1.020	22.84	13.03	3.56	1.61	4.36	0.12
Sable	11.70	2.90	0.430	0.81	5.70	3.18	0.50	1.70	0.06
	14.70	3.90	0.850	1.55	11.50	3.50	1.35	3.78	0.11
	15.40	4.13	1.840	3.35	13.00	3.56	1.61	4.35	0.12

Paramètres fixés :

Lit en mousse alvéolaire - $h_b=6.5$ cm ; $D_p=3.1$ mm ; $n=96.4\%$

Lit en mousse à bulles - $h_b=7.5$ cm ; $D_p=0.9$ mm ; $n=94.5\%$

Lit en billes - $n=37.5\%$; $h_b=3$ cm ; $D=(3.8-4.4)$ mm

Lit en sable - $n=32.0\%$; $h_b=3$ cm ; $D_{50}=0.406$ mm

*Étude de la répartition des vitesses interstitielles au sein
d'un lit perméable sous un écoulement à surface libre : 1.9*

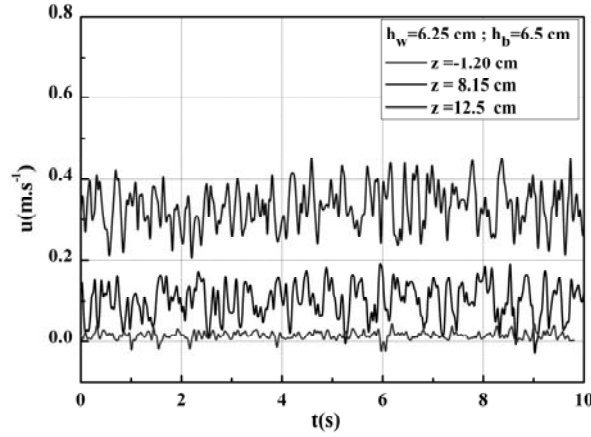


Figure 5. Evolution de la vitesse instantanée pour un écoulement sur un lit en mousse alvéolaire ($h=12,75$ cm et $Q_f=1,98$ l/s).

4. Analyse des résultats expérimentaux

Sur les figures 6(a) et 6(b) nous avons représenté les évolutions des vitesses obtenues par VDU pour plusieurs lits sédimentaires et différents débits d'écoulement en fonction de l'axe z (profondeurs pour les sédiments et hauteur d'eau pour la veine fluide). La cote "0" correspond à l'interface eau/sédiment.

Comme le montre en détail la figure 7 (cas d'un lit en mousse alvéolaire), les résultats mettent nettement en évidence :

- Une forte discontinuité de vitesses à l'interface eau/sédiment, c'est-à-dire un gradient très important fonction du débit et de la nature du sédiment.
- Une vitesse non nulle sur le fond (pour la veine fluide).
- Une évolution exponentielle de la vitesse dans les pores des sédiments qui peut se mettre sous la forme :

$$u_{(z)} = A.e^{\alpha.z} \quad (3)$$

A et α sont deux paramètres expérimentaux qui dépendent des conditions d'écoulement en milieu poreux et à l'interface eau-sédiment.

Le paramètre caractérise la porosité du lit et le régime d'écoulement dans les pores du lit.

Pour mieux appréhender l'évolution du paramètre α suivant les caractéristiques du milieu poreux on utilise les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$U = \frac{u}{u_{max}} \quad \text{et} \quad Y = \frac{z}{h_b} \quad \text{avec : } Y < 0 \quad (4)$$

A partir du tracé des graphes $\ln(U)=f(Y)$ qui correspondent aux mesures des vitesses interstitielles dans le lit poreux, on peut déduire la valeur du paramètre α à partir du coefficient directeur de la droite de régression linéaire.

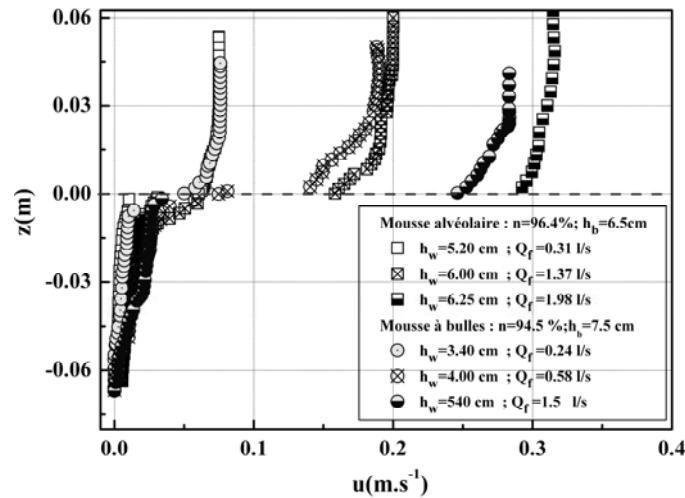


Figure 6(a). Profils de vitesses pour des lits poreux en mousse alvéolaire et en mousse à bulles.

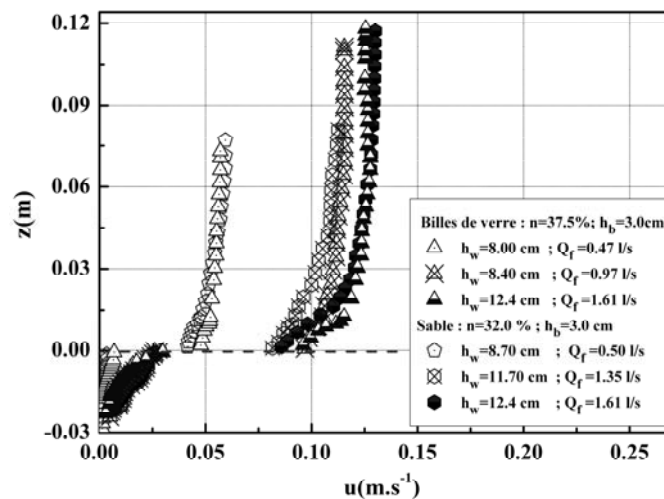


Figure 6(b). Profils de vitesses pour des lits poreux en billes de verre et en sable.

On constate que le paramètre dépend non seulement de la nature du sédiment mais aussi du régime de l'écoulement à l'échelle des pores autrement dit, il est influencé par la taille des pores du lit reconstitué (figure 8a et 8b).

L'examen de la variation du paramètre α en fonction du régime d'écoulement du milieu poreux en fonction du nombre de Reynolds des pores a permis de constater qu'il varie en fonction de la taille des pores (figure 9).

On remarque qu'il existe deux domaines distincts, le premier domaine caractérise les pores $D_p < 2\text{ mm}$, le paramètre α est presque constant puis décroît pour des Reynolds $Re_p < 10$. Par contre pour $D_p > 2\text{ mm}$, le nombre de Reynolds augmente caractérisant ainsi le domaine d'écoulement interstitiel poreux turbulent.

*Étude de la répartition des vitesses interstitielles au sein
d'un lit perméable sous un écoulement à surface libre : 1.11*

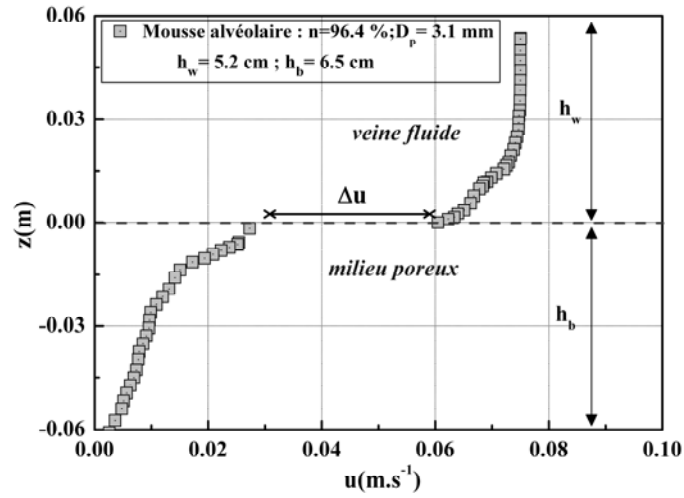


Figure 7. Détail de la discontinuité des vitesses à l'interface eau-sédiment ($h = 11,7$ cm et $Q_f = 0,31$ l/s).

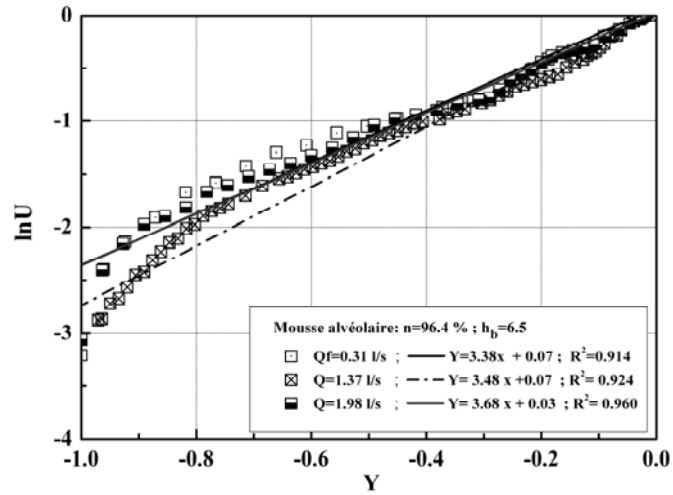


Figure 8(a). Evolution du paramètre α : cas des mousses alvéolaires.

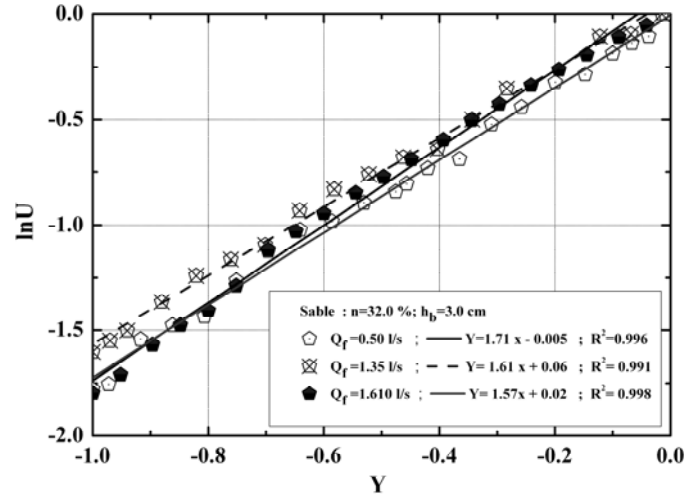


Figure 8(b). Evolution du paramètre α : cas du sable.

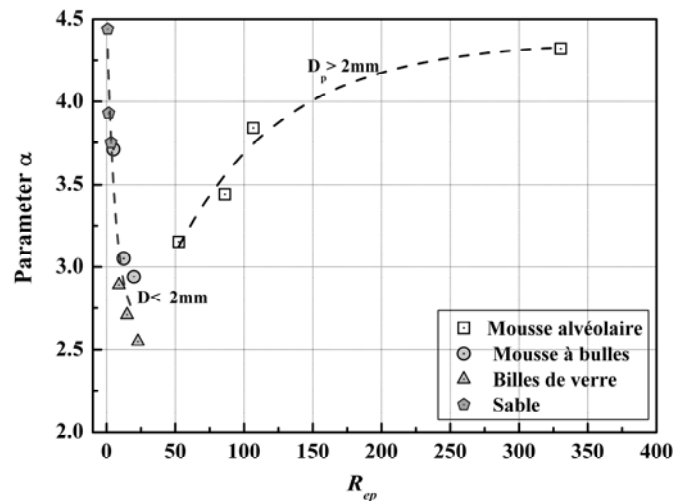


Figure 9. Variation du paramètre α en fonction du nombre de Reynolds et de la taille des pores.

5. Conclusion

Les résultats mis en évidence de mesures des vitesses par la technique de VDU au sein d'un écoulement à surface libre sur un lit perméable montrent que le profil des vitesses est non nul au sein du lit. L'écoulement en milieu poreux est de forme exponentielle qui se caractérise par un gradient de vitesse important à l'interface eau-sédiment.

Ceci permet de montrer que les modèles classiques de détermination de la contrainte pariétale et de frottement τ_p à la paroi ne sont pas bien adaptés car ils sont basés principalement sur les caractéristiques de l'écoulement libre sans prendre en compte la nature du sédiment, ses caractéristiques (porosité) et les caractéristiques de l'écoulement interstitiel (nombre de Reynolds des pores).

Cette contrainte de frottement τ_p est associée au seuil de mouvement. Il semble donc important de la définir en considérant, en plus des caractéristiques de l'écoulement libre, les caractéristiques du sédiment et surtout de l'écoulement interstitiel. Cet objectif est celui des travaux actuels qui consistent à étudier l'effet du cisaillement sous l'action notamment du phénomène du swash.

Remerciements

Les travaux ont été réalisés dans le cadre du Programme de Coopération intergouvernemental Franco-Algérien de formation supérieure (PROFAS). La collaboration de J-C Willemetz, directeur de Signal Processing SA a été très appréciée tout au long de l'étude, nous le remercions pour sa disponibilité.

6. Références bibliographiques

- AHMED N., SUNADA D.K. (1969). Non linear flow in porous media. *Journal of Hydraulic Division ASCE*, Vol. 95, (HY6), pp 1847–1857.
- CARPENTIER, G. (2006). *Etude expérimentale des effets de perméabilité du soubassement des structures soumises à l'action de la houle*. Thèse, Université de Caen, 216 p.
- COMITI J., RENAUD M. (1989). A new model for determining mean structure parameters of fixed beds from pressure drop measurements: application to beds packed with parallelepipedal particles. *Chemical Engineering Sciences*, Vol. 44, pp 1539–1545.
- GRAF W.H., ALTINAKAR M.S. (1995). *Hydrodynamique*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 481 p.
- KLAR M. (2005). *Design of an endoscopic 3-D particle-tracking velocimetry system and its application in flow measurements within a gravel layer*. Thesis, university of Heidelberg, 278 p.
- LHERMITTE R. (1983). Doppler sonar observation of tidal flow. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 88, pp 725–742.
- MICHAUX-LEBLOND N., BELORGEY M., ATTACH J. (1996). *Benard-von Karman vortex street development behind a heated cylinder*. Proceeding of first International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering, Villigen Paul Scherrer Institute, Switzerland, pp 53–56.
- MONTILLET A. (1995). *Fiabilité de la détermination de paramètres structuraux de mousses synthétiques à partir des mesures de chute de pression*. Récents progrès en Génie des Procédés, Vol. 9, pp 125–130.
- SHIMIZU Y., TSUJIMOTO T., NAKAGAWA H. (1990). Experiment and macroscopic modelling of flow in highly permeable porous medium under free-surface flow. *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, Vol. 8(1), pp 69–78.
- WAHYUDI I. (1998). *Ecoulement dans les sols granulaires saturés en régime permanent et transitoire*. Thèse, Université de Nantes, 195 p.
- WAHYUDI I., MONTILLET A., KAHLIFA A. (2002). Darcy and post-Darcy flows within different sands. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 40, pp 519–525.
- WARD J.C. (1964). Turbulent flow in porous Media. *Journal of Hydraulic Division ASCE*, Vol. 90, (HY5), pp 1–12.
- WILLEMETZ J.C. (1990). *Étude quantitative de l'hémodynamique de vaisseaux sanguins profonds par échographie Doppler ultrasonore*. Thèse, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 158 p.

Nomenclature

a_o, b_o :	coefficients de l'équation de Forchheimer	(s/m), (s ² /m ²)
b :	largeur du canal	(cm)
c :	vitesse du son dans l'eau ($c \approx 1500$ m/s)	(m/s)
f_0 :	fréquence d'émission de l'onde ultrasonore	(MHz)
f_D :	fréquence du Doppler	(MHz)
h_b :	hauteur du lit de sédiments	(cm)
h_w :	tirant d'eau de la veine fluide	(cm)
H :	tirant d'eau total, $h=h_w+h_b$	(cm)
i :	gradient hydraulique	(-)
n :	porosité totale	(-)
u :	vitesse d'écoulement interstitielle	(cm/s)
D, D_{50} :	diamètre, diamètre médian des particules	(mm)
Q_f :	débit d'écoulement dans la veine fluide	(l/s)
R_h :	rayon hydraulique de la veine fluide.	(cm)
α :	paramètre expérimental caractérisant l'écoulement du milieu poreux.	(-)
θ :	angle du faisceau ultrasonore avec l'axe de l'écoulement.	(°)
Re_p :	nombre de Reynolds des pores, $Re_p = \frac{\rho.u.D_p}{\mu(1-n)}$	(-)
D_p :	diamètre hydraulique moyen des pores $D_p = \frac{2}{3} \cdot \frac{n.D}{(1-n)}$	(mm)
Y :	rapport de la position de la vitesse sur la hauteur du lit, $Y = \frac{z}{h_b}$	(-)
U :	rapport de la vitesse sur la vitesse maximale interstitielle, $U = \frac{u}{u_{\max}}$	(-)
V :	vitesse débitante de la veine fluide seule; $V = 0,82V_{\max} \frac{(1+0,6\sqrt{R_h})}{(1+0,9\sqrt{R_h})}$	(cm/s)
Re :	nombre de Reynolds de l'écoulement dans la veine fluide ; $Re = \frac{V.R_h}{\nu}$	(-)
Fr :	nombre de Froude de l'écoulement associé à la veine ; $Fr = \frac{V}{\sqrt{gh_w}}$	(-)

Analysis of the velocity field inside a sedimentary bed associated to a free surface steady flow

**Mustapha Kamel MIHOUBI¹, Michel BELORGEY², Daniel LEVACHER²,
Ahmed KETTAB³**

¹ High National School of Hydraulics (ENSH), P.O. Box 31 Blida (09000), Algeria.

mihkam@yahoo.fr

² University of Caen, Faculty of Sciences UMR 6143 CNRS-M2C, 24 rue des Tilleuls, 14000 Caen, France.

michel.belorgey@unicaen.fr; daniel.levacher@unicaen.fr

³ Research Laboratory of Water Sciences (RLWS), Polytechnic National School (ENP), El Harrach 16200, Algiers, Algeria.

kettab@yahoo.fr

Abstract:

The physical processes associated with the sedimentary transport were approached until now only starting from analyses of the velocity field within the fluid vein. The majority of the models were established for flows on impermeable bottoms. The purpose of our technical study is to exploit the ultrasonic technique UDV to analyze the velocities field within a permanent flow on a porous sedimentary bottom. Velocities are measured for several sedimentary beds, both within the fluid flume and the sediment. Our results highlight:

- An exponential velocities distribution inside the sediment.
- A velocity discontinuity of the interface water/sediment, between velocity in the free flow and velocity within the sediment.

These results highlight the need for basing the analysis of sedimentary transport which must consider the reality of the physical processes at the interface water/sediment.

Key- words:

Alveolar foam – Interface – Ultrasonic Doppler Velocimetry (UDV) – Porosity – Sediment – Reynolds number – Shear stress

1. Introduction

The sedimentary phenomenon of transport is very complex and the physical processes which are associated with it are still badly known.

Indeed, due to a lack of adapted instrumentation, the modelling of this phenomenon is still based on two standards of studies, independent, but exploited as complementary:

- Analysis of the velocities field in the free flow.
- The measurement of interstitial velocities within a flow in uniform porous environment with constant hydraulic gradient.

The majority of the studies which led to the modelling of the velocities' field in the free flow were carried out on an impermeable bottom with a null velocity assumption of the wall. The constraint of friction of the wall, essential to the modelling of sedimentary transport, either uses the velocity gradient near the wall, or uses the logarithmic law of Prandtl and Von-Karman (GRAF & ALTINAKAR, 1995). The studies in this field are very numerous.

The studies concerning the measurement of interstitial velocities within a porous environment, with constant hydraulic gradient, have as reference works of Darcies based on a linear formulation and those of Forchheimer which presented a nonlinear relation in the case of more significant velocities, for example, for the coarse sands and the gravels, the relation is written:

$$i = a_o * u + b_o * u^2 \quad (1)$$

where:

a_o and b_o are coefficients which characterize the structure of the porous and tortuous environment.

Recently, in this context, it is advisable to quote work of WARD (1964), AHMED and SUNADA (1969) who propose models based on the Reynolds number of the pores. More recently, WAHYUDI *et al.* (2002) determined the coefficients of the polynomial of second order resulting from the law of Forchheimer, equation (1), for homogeneous sands of porosity " n " varying between 0.32 and 0.38. We can quote the works of MONTILLET (1995) which expresses the hydraulic gradient starting from the velocity of flow in the pores, taking into account the porosity and the tortuous aspect of the porous environment.

According to size of the pores in the porous environment, we can say that there are two fields of the porosity, a capillary porosity for a diameter of small pores, D_p is less than 2 mm and a effective porosity for a medium with macroporosity of a diameter D_p superior to 2 mm (COMITI & RENAUD, 1989). In addition, WAHYUDI (1998), gives a classification of the flows in porous environment according to the diameter of the particles and velocity of infiltration.

The studies relating to the problems of interface between porous environment and fluid under flow at free surface are very restricted. The first bases were given by SHIMIZU *et al.* (1990) (in KLAR, 2005) which presented formulation of an exponential type for a flow in very permeable environment, by considering that speed is function of the velocity of infiltration and slip resulting from the change of interface.

However, such studies do not correspond to the physical processes related to the velocities field generated by a free surface flow within a sedimentary bottom, and this for the following reasons:

- Because of the existence of an interstitial velocity of the interface water - sediment, the velocity of the fluid in the free flow is not null at the wall.
- The velocities distribution within the sediment is not uniform and there is a velocity gradient function of depth.

In order to better understand the physical processes associated with this phenomenon, we adapted the technique of velocimetry Doppler ultrasonic (UDV) to the instantaneous local measurement of interstitial velocities within a porous mass. This measurement technique, which is relatively recent, has known a great success in the study of the opaque and charged flows where other methods, such as laser velocimetry, were inoperative (LHERMITTE, 1983; WILLEMETZ, 1990). We have already exploited it at the laboratory in the case of flows with variation in temperature (MICHAUX-LEBLOND *et al.*, 1996) and work of CARPENTIER (2006), relating to measurements velocity within the base of a dam subjected to the action of the swell, which moreover validated the method by experimental tests of Darcy type in the case of alveolar foams and with bubbles. The results which we present here correspond to the case of a free surface flow on a sedimentary bottom. The velocity measurements of interstitial flow made it possible to know the velocity profile whether in its fluid part or in the porous part of the bed flow.

2. Technical measurement by UDV

The device of measurement used (ultrasonic Doppler velocimeter, functioning in pulsated mode: DOP 1000 (model 1032), allows, thanks to the use of the Doppler effect on pulsated waves ultrasonic, to directly determine interstitial velocity at the level of the pores of the considered ground.

The principle is the sending of an ultrasonic wave of known frequency f_0 , which, at the meeting of a moving particle in the fluid, returns a wave of shifted frequency f_r by Doppler effect. This allows, thanks to the difference in recorded

frequency $f_D = f_0 - f_r$, to determine the velocity measurement of the particle in the flow in this point:

$$u = \frac{c \cdot f_D}{2 f_0 \cdot \cos \theta} \quad (2)$$

c is the velocity of sound in water. Value validated for alveolar foams and with bubbles and preserved for the balls of glass and sand.

θ is the angle of the ultrasonic beam with the axis of the flow.

If we add to this frequency measurement the determination of running time (back and forth) of the wave train we reach the position of the particle. Thus, in pulsated mode, we can reach the desired space-time resolution *i.e.* to establish the velocities profile on an adapted exploration depth along the ultrasonic beam. However, in our case we limited ourselves to a definite position (gate) in the center of the fluid flume.

3. Experimental device and treatment technique of measurements

3.1 Flume with continuous flow

The device consists of a flume of an overall length of 3.5 m and a rectangular section (0.10 m x 0.25 m), making it possible to take measurements of velocity calibration by the ultrasonic Doppler velocimeter (figure1).

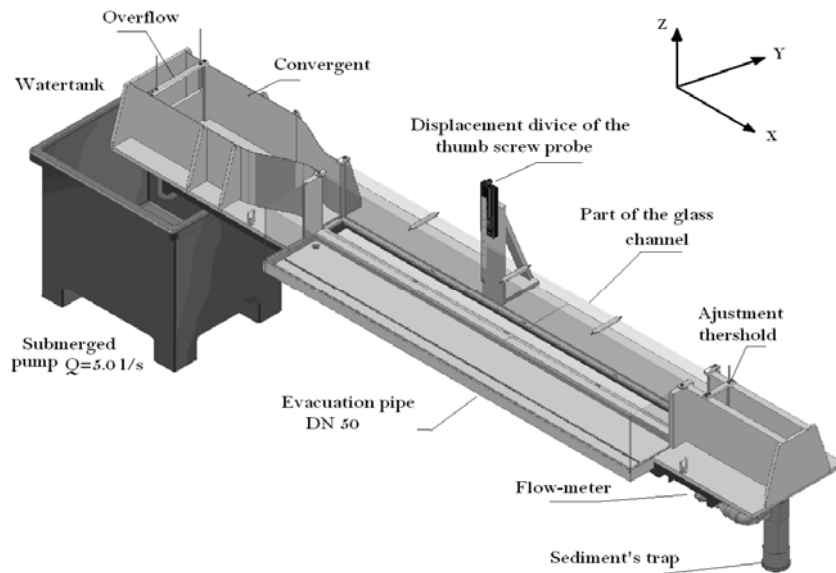


Figure 1. Description of the flume with a free surface steady flow.

The walls and the bottom of the flume are glazed by a 10 mm thickness, thus making it possible to make observations and optical measurements.

The flume is supplied by a tank with constant load out of PVC and of square-side section with dimensions of 0.30 m and 0.25 m height. The water arrives from a system of strainer; flow is homogenized by plates of foam of approximately 5 cm of thickness. In the flume, the flow is controlled by an adjustable threshold; the water overflow is evacuated towards the feed basin of the flume. The flume supply is ensured by a closed loop by means of a pump of maximum discharge (5.0 ± 0.1) l/s. For a better linearization of the flow and in order to reduce the effects of turbulence, two honeycomb cages were installed before the exit of the convergent one.

3.2. Principle of velocities measurements

The probe is a piezoelectric transducer with an emission frequency of 4 MHz and a diameter of 12 mm. It is placed on a support with a displacement of 24.0 mm in width, 400 mm in length and 2.7 mm in thickness, forming an incidence angle of 28° with the axis of the flume. The vertical displacement of the probe is ensured by means of a differential micrometric increment, which makes it possible to obtain maximum micro-displacements and a maximum of measurement points in the sedimentary bed and at the interface fluid/sediment. The minimal displacement ensured by the device of displacement of the UDV is 0.5 mm.

Taking into account dimensions of the ultrasonic beam, measurements are treated by a method of statistical filtration. The transducer and displacement support are protected by a punt from low curve (figure 2), forming a transducer box. In this recommended system we took into account the refraction between the media water-PVC and PVC-water.

We materialized the sedimentary bed by materials of different porosities and structure, alveolar foams and bubbles, balls of glass and sand. The thickness of the bed varies between 30 mm and 75 mm.

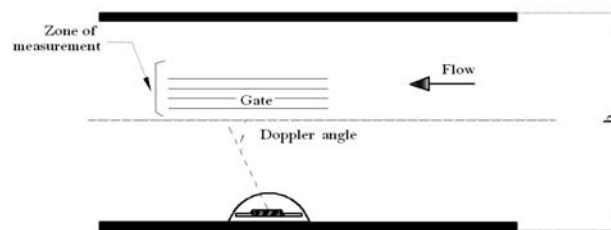


Figure 2. View in plane of the system of measurement in the flume.

The plate for the protection of the displacement device is circular, with a diameter of 49.0 mm and a thickness of 2.0 mm, and its base in the flume is equal to 8.0 mm.

3.3 Treatment of measurements

The ultrasonic beam delivered by the probe is cylindrical (slightly conical after a certain distance). In our case, it was placed in a horizontal plan perpendicular to the median plane of the flow. The particles subjected to this beam emit an echo, also collected by the probe. This echo, which depends on the angle between the ultrasonic beam and the direction of the flow, has two principal characteristics:

- Its frequency which gives access to the velocity of the particles (Doppler effect).
- Its intensity which depends on the size of the particles.

The treatment of the signal emitted by the particles is then approached in two different and quite distinct ways:

- That related to the size of the particles.
- That related to the dimension of the ultrasonic beam.

In this study of the interstitial velocity within the sediments, we have two sizes quite distinct from particles.

- Very large sedimentary particles.
- Particles (very small) in suspension in the fluid which circulate between the pores.

This fact:

- While eliminating, in the received signal, the echoes of great intensity, we eliminate the echoes resulting from the large sedimentary particles of which the speed, in addition, is null (except with the interface water sediment where there can exist a sedimentary transport, but this will be the subject of a forthcoming specific study). We thus preserve only the echoes resulting from the suspended particles in the fluid (with the traditional assumption that they have the same speed as this one).
- In addition, within the ultrasonic beam, the volume of measurement is a cylinder whose diameter is that of the beam (8 mm) and the length (0.74 mm) the depth of the gate (distance to which measurements are taken). The recorded measurements are thus those which are associated with the particles which cross this volume of measurement. However, taking into account the nature of the field speeds and the section of the volume of measurement (circular or slightly elliptic disc), the fastest or slowest particles cross the superior or inferior circular sectors, which are of weak section. These particles are thus very few in their category.

A statistical study of the recorded values confirms this. And the Gaussian form of the results allows us:

- To eliminate the very few, too large or too low values.
- To preserve an average value of the most probable velocities as being the measurement velocities at the level of the ultrasonic beam axis.

Figure 3 explicitly translates the distribution of the values measured according to the normal law. In the porous environment, velocities were given for intervals of probability varying from 70 to 75% compared to the value of the average velocity and the standard deviation of a volume of measurements. Absolute error estimated on velocity is equal to ± 0.2 mm/s.

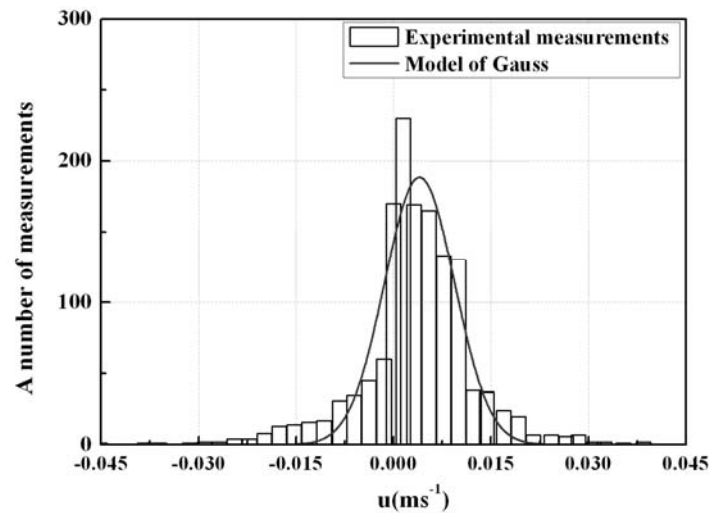


Figure 3. Velocities distribution compared with the normal law for a number of measurements in alveolar foam bed ($Q=0.31$ l/s and $z=-3.0$ cm).

3.4 Validation of measurements

In order to compare and validate the measurements obtained by UDV, measurements by laser Doppler velocimetry (LDV) were carried out in the case of a flow on an impermeable bed with smooth bottom. Figure 4 illustrates well the profiles determined by the two techniques. They are identical in overall, the only characteristic lies in the instantaneous frequency deviation of acquisition and the appearance of fictitious frequencies of the UDV close to the surface of the bottom of the flume outside the glass.

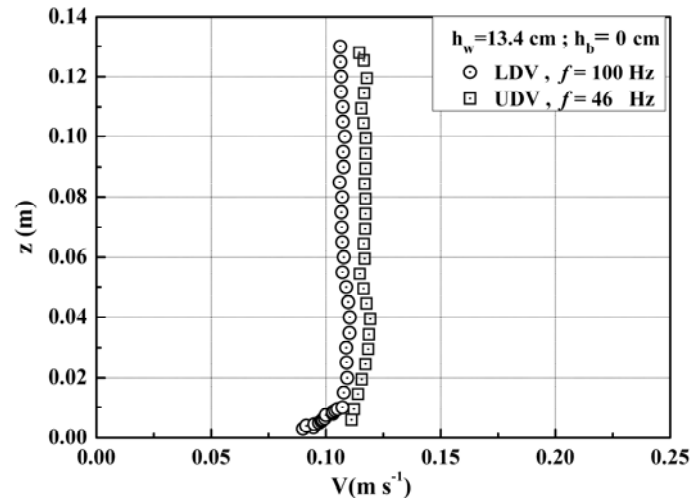


Figure 4. Comparative profiles of velocities obtained by measurements LDV and UDV for $Q_f=1.47$ l/s.

From the whole of the dimensional tests realized and validated we can initially give a representation of the instantaneous velocity of a free surface flow on a porous alveolar foam bed for three vertical positions different from the probe: within the bed, close to the interface bed/fluid and in the fluid (figure 5). This representation illustrates well the velocity ranges according to the height z as well as the effects of turbulence generated in the presence of a rough flow.

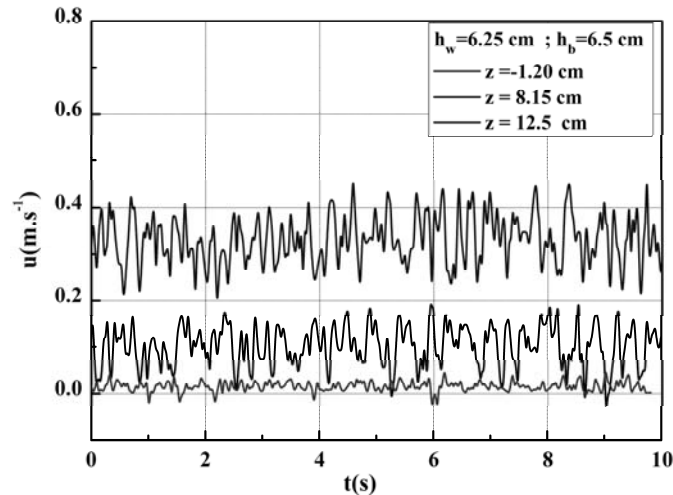


Figure 5. Evolution of instantaneous velocity for a flow on a bed out of alveolar foam ($h=12.75$ cm and $Q_f=1.98$ l/s).

Table 1 represents the physical characteristics of the porous bed and the conditions of flow for the whole of the tests carried out.

*Étude de la répartition des vitesses interstitielles au sein
d'un lit perméable sous un écoulement à surface libre : 1.23*

Table 1. Characteristics of the tests for various porous beds.

Type of bed	h	$\frac{h_w}{h_b}$	u	Re_p	V	R_h	Q_f	Re	Fr
	(cm)	---	(cm/s)	---	(cm/s)	(cm)	(l/s)	$\times 10^3$	---
Alveolar foam	8.00	0.23	0.061	52.52	7.30	1.15	0.11	0.84	0.19
	11.70	0.80	0.103	86.11	5.90	2.55	0.31	1.41	0.08
	12.50	0.92	0.124	106.8	22.80	2.73	1.37	5.84	0.30
	12.75	0.96	0.384	330.3	31.60	2.78	1.98	8.25	0.40
Bubbles foam	10.90	0.45	0.020	4.95	7.10	2.02	0.24	1.35	0.12
	11.50	0.53	0.076	12.43	14.60	2.22	0.58	3.04	0.23
	12.90	0.72	0.170	19.90	27.60	2.60	1.50	6.74	0.38
Balls of glass	11.00	2.67	0.340	14.95	5.94	3.08	0.47	1.72	0.07
	11.40	2.80	0.670	8.96	11.55	3.13	0.97	3.39	0.13
	15.40	4.13	1.020	22.84	13.03	3.56	1.61	4.36	0.12
Sand	11.70	2.90	0.430	0.81	5.70	3.18	0.50	1.70	0.06
	14.70	3.90	0.850	1.55	11.50	3.50	1.35	3.78	0.11
	15.40	4.13	1.840	3.35	13.00	3.56	1.61	4.35	0.12

Fixed parameters:

Alveolar foam bed - $h_b=6.5$ cm ; $D_p=3.1$ mm ; $n=96.4\%$
 Bubbles foam bed - $h_b=7.5$ cm ; $D_p=0.9$ mm ; $n=94.5\%$
 Balls of glass bed - $n=37.5\%$; $h_b=3$ cm ; $D=(3.8-4.4)$ mm
 Sand bed - $n=32.0\%$; $h_b=3$ cm ; $D_{50}=0.406$ mm

4. Analysis of the experimental results

Figures 6(a) and 6(b) represent the velocities evolutions for various sedimentary beds and various flows according to the z axis (depth for the sediments and water height for the fluid in the flume). The dimension "0" corresponds to the interface water-sediment.

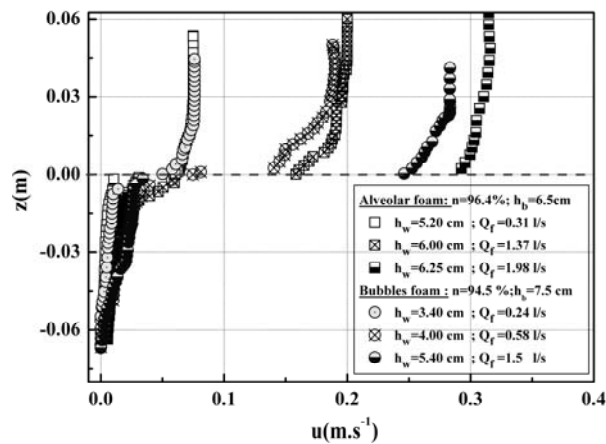


Figure 6(a). Velocities profiles for porous beds in alveolar and bubbles foam.

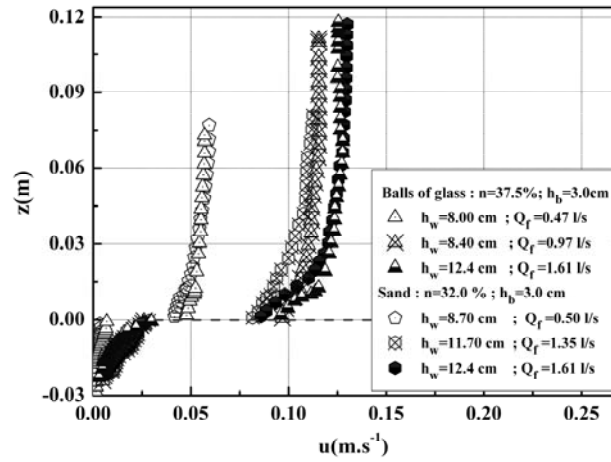


Figure 6(b). Velocities profiles for porous beds in glass balls and sand.

As shown in detail in figure 7 (case of a flow bed in alveolar foam). These results highlight:

- A strong "discontinuity" of velocities to the interface water-sediment. i.e. a very important gradient function of the flow and the sediment nature.
- A non null velocity at the bottom (for the fluid in the flume).
- An exponential velocities evolution within the sediment of the form:

$$u_{(z)} = Ae^{\alpha \cdot z} \quad (3)$$

A and α are two experimental parameters which depend on the flow conditions in a porous environment and at the interface fluid-sediment. The parameter α characterizes the flow bed porosity and the flow mode in the pores of the bed.

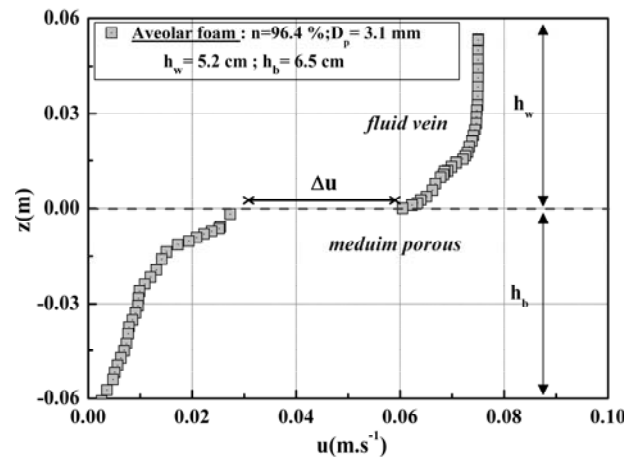


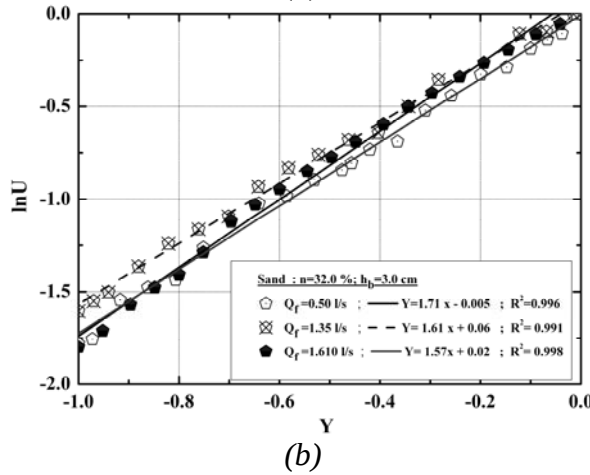
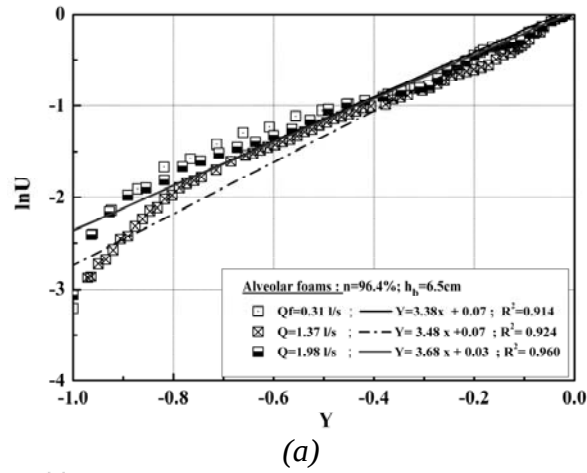
Figure 7. Detail of the velocities discontinuity at the interface Water-sediment ($h=11.7\text{ cm}$ et $Q_f=0.31\text{ l/s}$).

*Étude de la répartition des vitesses interstitielles au sein
d'un lit perméable sous un écoulement à surface libre : 1.25*

To better understand the evolution of the parameter α according to the characteristics of the porous environment one uses the following adimensional sizes:

$$U = \frac{u}{u_{\max}} \quad \text{and} \quad Y = \frac{z}{h_b} \quad \text{with: } Y < 0 \quad (4)$$

From the layout of the graphs $\ln(U)=f(Y)$ which correspond to inertial speeds measurements in the porous bed, we can deduce the value from the parameter α starting from the directing coefficient of the right linear regression. It is noted that the parameter depends not only on the nature of the sediment but also on the mode of the flow on the scale of the pores. It is influenced by the size of the pores of the reconstituted bed (figure 8).



8. Evolution of the parameter α : (a) Case of the alveolar foam; (b) Case of sand.

The examination of the variation of parameter α according to the mode of flow of the porous environment according to the Reynolds number of the pores made it possible to note that it varies according to the size of the pores (figure 9). We

noticed that there are two distinct fields. The first field characterizes the pores $D_p < 2$ mm. Parameter α is almost constant then decreases for Reynolds $R_{ep} < 10$. On the other hand, for $D_p > 2$ mm, the Reynolds number increases, thus characterizing the turbulent porous field.

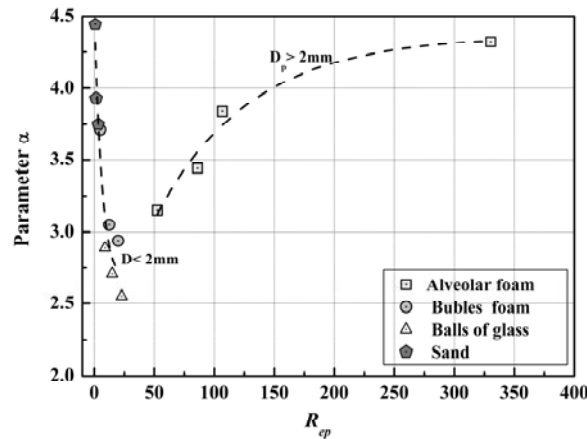


Figure 9. Variation of the parameter α according to the Reynolds number and of the size of the pores.

5. Conclusion

The results highlighted by the measurement velocities by the UDV technique within a free surface on a permeable bed show that the velocities profile is null inside the bed flow. The flow in porous environment has an exponential form which is characterized by an important speed gradient at the interface water sediment.

This shows that the traditional models for determination of the wall shear stress τ_p are not well adapted because they are based mainly on the characteristics of the free flow without taking into consideration the nature of the sediment, its characteristics (porosity) and the characteristics of the interstitial flow (Reynolds number of the pores).

This friction stress τ_p is associated with the threshold of movement. It thus seems significant to us to define it while taking it into account. This objective is our current work which consists in studying the effect of shearing under the action in particular the swash zone.

Acknowledgements

These works have been achieved thanks to financing within the framework of intergovernmental cooperation programme of high training between Algeria and France (PROFAS). Otherwise, we have been supported by Dr J-C Willemetz, manager of Signal Processing SA Society and we thank him for his availability.

6. References

- AHMED N., SUNADA D.K. (1969). Non linear flow in porous media. *Journal of Hydraulic Division ASCE*, Vol. 95, (HY6), pp 1847–1857.
- CARPENTIER, G. (2006). *Etude expérimentale des effets de perméabilité du soubassement des structures soumises à l'action de la houle*. Thèse, Université de Caen, 216 p.
- COMITI J., RENAUD M. (1989). A new model for determining mean structure parameters of fixed beds from pressure drop measurements: application to beds packed with parallelepipedal particles. *Chemical Engineering Sciences*, Vol. 44, pp 1539–1545.
- GRAF W.H., ALTINAKAR M.S. (1995). *Hydrodynamique*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 481 p.
- KLAR M. (2005). *Design of an endoscopic 3-D particle-tracking velocimetry system and its application in flow measurements within a gravel layer*. Thesis, university of Heidelberg, 278 p.
- LHERMITTE R. (1983). Doppler sonar observation of tidal flow. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 88, pp 725–742.
- MICHAUX-LEBLOND N., BELORGEY M., ATTACH J. (1996). *Benard-von Karman vortex street development behind a heated cylinder*. Proceeding of first International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering, Villigen Paul Scherrer Institute, Switzerland, pp 53–56.
- MONTILLET A. (1995). *Fiabilité de la détermination de paramètres structuraux de mousses synthétiques à partir des mesures de chute de pression*. Récents progrès en Génie des Procédés, Vol. 9, pp 125–130.
- SHIMIZU Y., TSUJIMOTO T., NAKAGAWA H. (1990). Experiment and macroscopic modelling of flow in highly permeable porous medium under free-surface flow. *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, Vol. 8(1), pp 69–78.
- WAHYUDI I. (1998). *Écoulement dans les sols granulaires saturés en régime permanent et transitoire*. Thèse, Université de Nantes, 195 p.
- WAHYUDI I., MONTILLET A., KAHLIFA A. (2002). Darcy and post-Darcy flows within different sands. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 40, pp 519–525.
- WARD J.C. (1964). Turbulent flow in porous Media. *Journal of Hydraulic Division ASCE*, Vol. 90, (HY5), pp 1–12.
- WILLEMETZ J.C. (1990). *Étude quantitative de l'hémodynamique de vaisseaux sanguins profonds par échographie Doppler ultrasonore*. Thèse, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 158 p.

Nomenclature

a_o, b_o :	coefficients of Forchheimer law	(s/m), (s ² /m ²)
b :	width of the flume	(cm)
c :	velocity of the sound in the water ($c \cong 1500$ m/s)	(m/s)
f_o, f_D :	emission frequency, Doppler frequency	(MHz)
h_b :	height of the bed of sediments	(cm)
h_w :	draught of the fluid in the flume	(cm)
h :	total draught, $h=h_w+h_b$	(cm)
i :	hydraulic gradient	(-)
n :	total porosity	(-)
u :	interstitial velocity	(cm/s)
D, D_{50} :	Diameter, mean diameter of the particles	(mm)
R_h :	hydraulic radius of the fluid in the flume	(cm)
Q_f :	rate of flow of the fluid	(l/s)
α :	parameter characterizes the flow bed porosity	(-)
Re_p :	Reynolds number of the pores; $Re_p = \frac{\rho.u.D_p}{\mu(1-n)}$	(-)
D_p :	average hydraulic diameter of pores ; $D_p = \frac{2}{3} \cdot \frac{n.D}{(1-n)}$	(mm)
Y :	ratio of the position velocity on the height of the bed.	(-)
U :	velocity ratio on interstitial maximum velocity.	(-)
V :	velocity flow only; $V = 0,82V_{max} \frac{(1+0,6\sqrt{R_h})}{(1+0,9\sqrt{R_h})}$	(cm/s)
Re :	Reynolds number of the flow in the fluid flume only; $Re = \frac{V.R_h}{\nu}$	(-)
Fr :	Froude number associated with the flume flow fluid only; $Fr = \frac{V}{\sqrt{gh_w}}$	(-)